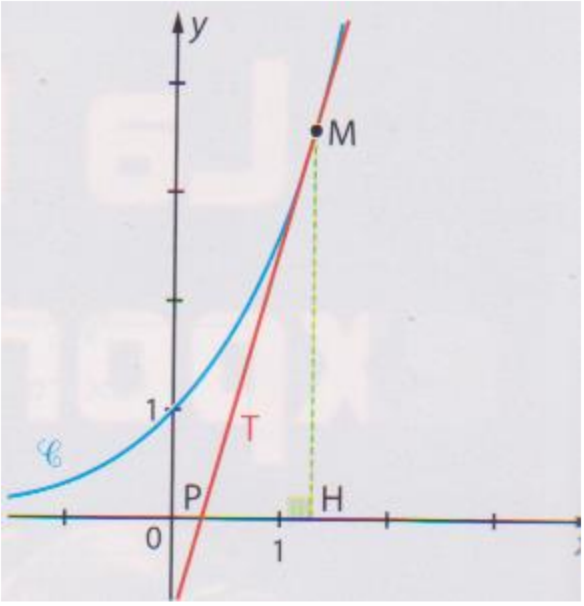
A la découverte d'une nouvelle fonction….

Au cours du XVII[e] siècle les mathématiciens s'intéressent au problème des tangentes (comment tracer les tangentes à une courbe) et le problème inverse des tangentes (comment, connaissant une propriété sur les tangentes, reconstituer la courbe correspondante).

On appelle **sous-tangente** à la courbe C au point M la longueur PH où H est le projeté orthogonal de M sur l'axe des abscisses et P l'intersection de la tangente avec l'axe des abscisses.

Le mathématicien allemand Leibniz introduisit le calcul intégral en essayant de résoudre le problème suivant : « trouver une courbe dont la sous-tangente soit constante égale à 1 »

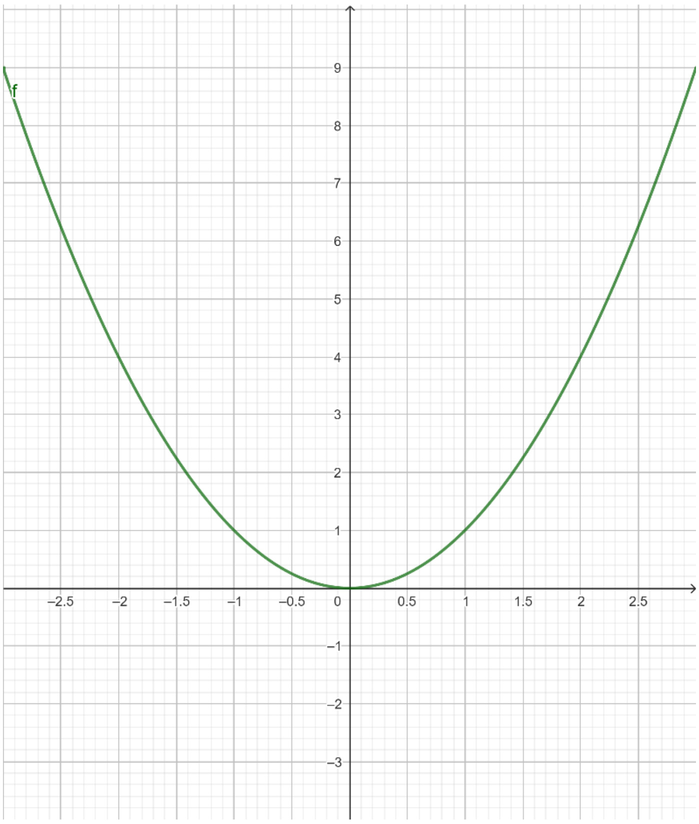
On admet que la courbe C représente une fonction f et le point M a pour abscisse x.



<u>1ère partie : recherche de courbe répondant au problème</u>

1.Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$.

a) Déterminer une équation de la tangente à Cf au point d'abscisse 2. Tracer la tangente dans le repère ci-dessous puis donner sans justifier la sous-tangente au point d'abscisse 2 par lecture graphique.



……………………………………………….

……………………………………………….

……………………………………………….

……………………………………………….

……………………………………………….

……………………………………………….

b)Sans justifier donner la sous tangente au point d'abscisse -1. La fonction carrée répond t'elle au problème ?

……………………………………………….

……………………………………………..

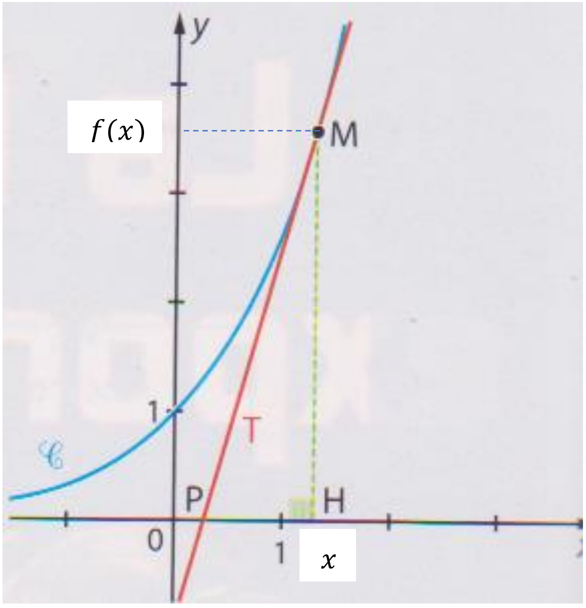
2.A l'aide de la calculatrice (dessin , Tangente( ) , dire si les fonctions suivantes sont solutions du problème de la sous tangente :

i) $f(x) = x^3$ ii) $f(x) = \sqrt{x}$

……………………………………………..…………………………………………..

2ème partie : équation vérifiée par la fonction

On suppose que f est une fonction solution du problème.



Exprimer $f'(x)$ en fonction de $f(x)$ .Que peut-on en déduire ?

……………………………………………….

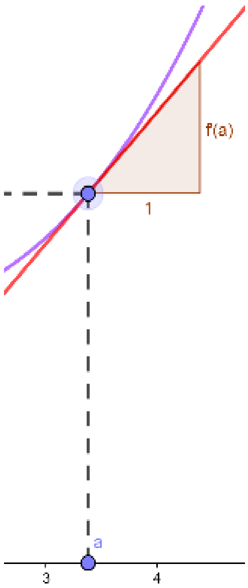
……………………………………………..

Simplification du problème :

On va dans un premier temps , chercher l'existence d'une fonction f dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que pour tout réel x, $f'(x) = f(x)$ et $f(0) = 1$ Mystère

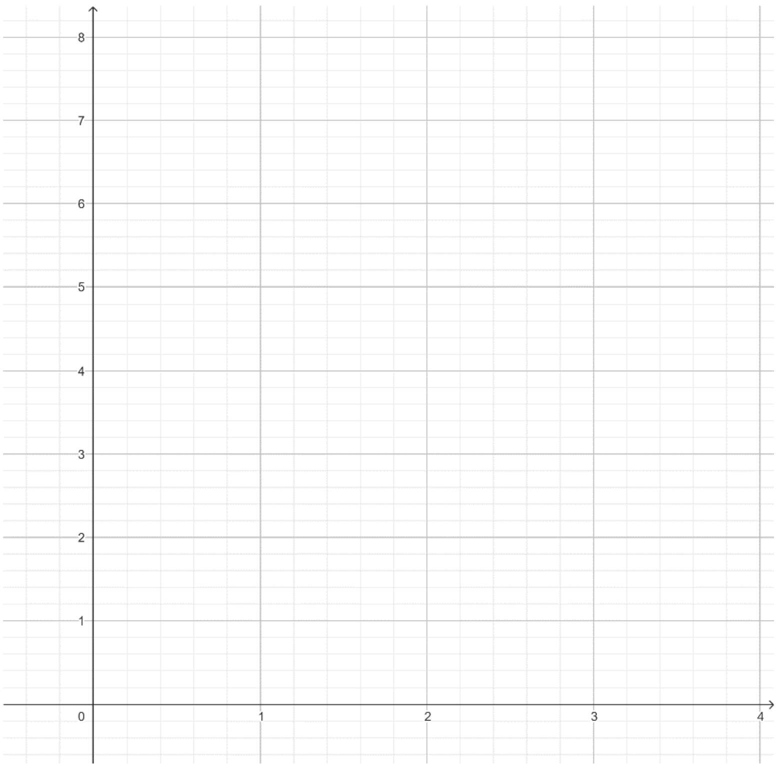
3ème partie : portrait robot à l'aide de la méthode d'Euler

Rappel :au voisinage du point d'abscisse a , la courbe Cf se comporte comme sa tangente.



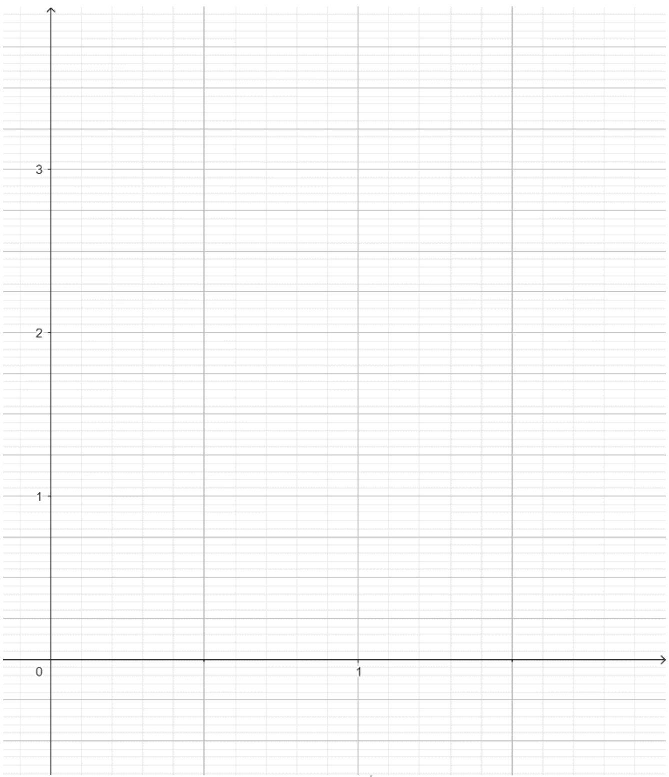
Idée :on va remplacer la courbe par des « morceaux de tangente » que l'on mettra bout à bout…

Morceaux de longueur 1



x	$f(x)$	$f'(x)$

Morceaux de longueur 0,5



x	$f(x)$	$f'(x)$

Recopier et compléter le programme Python ci-dessous et faire afficher 1000 morceaux de courbe de longueur 0,01.

```
from pylab import*
n=int(input("nombre de morceaux:"))          # nombre de morceaux de tangentes
h=float(input("longueur d'un morceau:"))     # longueur d'un morceau de tangentes
x=0
y=1
plot(x,y,'ro')
for i in range(n):
    x=.......
    y=.......
    plot(x,y,'ro')

show()
```